

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П. А. Машаров
«17» апреля 2025 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

| | |
|--|--------------------------------|
| Укрупненная группа направлений подготовки | 01.00.00 Математика и механика |
| Программа высшего образования | Программа бакалавриата |
| Направление подготовки | 01.03.01 Математика |
| Направленность (профиль) образовательной программы | Математика |
| Квалификация | Бакалавр |
| Форма обучения | Очная |

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины **«Уравнения математической физики»** для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

доцент кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений,
канд. физ.-мат. наук, доцент

Д. В. Лиманский

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений.
Протокол от 08.04.2025 г. № 9а

Заведующий кафедрой

В. В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и
информационных технологий
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.
Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.
16.04.2025 г.

В. В. Волчков

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы, Математический анализ, Алгебра, Дифференциальные уравнения.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Курсовая работа по профилю обучения, Комплексный анализ, Теория меры и интеграла, Функциональный анализ, Теоретическая механика, Математические модели в естественных науках, Производственная практика: научно-исследовательская работа, Преддипломная практика.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

| Наименование показателя | Значение показателя |
|---|---|
| Название образовательной программы (далее – ОП) | 01.03.01 Математика (Профиль: Математика) |
| Шифр и название в соответствии с учебным планом | Б1.Б.29. Уравнения математической физики |
| Часть образовательной программы | Базовая часть |
| Количество зачетных единиц / всего часов | 7,5 / 270 |

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

| Форма обучения | курс | семестр | Общее количество часов | | | | | Форма контроля |
|----------------|------|---------|------------------------|--------------|--------------|-----------------------------------|-------|----------------|
| | | | лекционных | лабораторных | практических | самостоятельной работы + контроль | всего | |
| Очная | 3 | 5 | 34 | – | 34 | 58 | 126 | экзамен |
| Очная | 3 | 6 | 34 | – | 34 | 76 | 144 | экзамен |
| Очная, всего | | | 68 | | 68 | 134 | 270 | |

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Углубленная подготовка в области дифференциальных уравнений с частными производными и их приложений; овладение методами решения основных типов дифференциальных уравнений в частных производных; овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в науке и приложениях; формирование у студентов научного подхода.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ОПК-2. Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении.

4.2. Индикаторы компетенций

ОПК-2.4. Использует методы построения и анализа математических моделей в задачах естествознания, техники, экономики и управления.

4.3. Результаты обучения

ОПК-2.4.1. Знает принципы построения и анализа математических моделей.

ОПК-2.4.2. Умеет строить и анализировать математическую модель.

ОПК-2.4.3. Умеет применять на практике математические модели и компьютерные технологии.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

| Название темы | Краткое содержание темы (вопросы темы) |
|--|--|
| Раздел 1. Канонический вид уравнений в частных производных | 1.1. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных 2-го порядка. 1.2. Приведение квазилинейных уравнений в частных производных 2-го порядка к каноническому виду. |
| Раздел 2. Уравнения гиперболического типа | 2.1. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера. 2.2. Задача Коши для уравнения колебаний мембраны и волнового уравнения. Формулы Кирхгофа и Пуассона. 2.3. Метод Фурье для уравнения колебаний струны. |
| Раздел 3. Уравнения параболического типа | 3.1. Метод Фурье решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности. 3.2. Задача Коши. Формула Пуассона. |
| Раздел 4. Уравнения эллиптического типа | 4.1. Гармонические функции и их свойства. 4.2. Метод Фурье решения задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. |

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 3, семестр – 5

| Наименования разделов и тем | Количество часов | | | | |
|--|------------------|--------|--------|-------|-------|
| | Лекц. | Лабор. | Практ. | СРС+К | Всего |
| Раздел 1. Канонический вид уравнений в частных производных | 10 | - | 10 | 20 | 40 |
| Классификация квазилинейных уравнений в частных производных 2-го порядка | 4 | - | 4 | 8 | 16 |
| Приведение квазилинейных уравнений в частных производных 2-го порядка к | 6 | - | 6 | 12 | 24 |

| | | | | | |
|---|-----------|---|-----------|-----------|------------|
| каноническому виду | | | | | |
| Раздел 2. Уравнения гиперболического типа | 24 | - | 24 | 38 | 86 |
| Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера | 6 | - | 6 | 10 | 22 |
| Задача Коши для уравнения колебаний мембраны и волнового уравнения. Формулы Кирхгофа и Пуассона | 6 | - | 6 | 18 | 30 |
| Метод Фурье для уравнения колебаний струны | 12 | - | 12 | 10 | 34 |
| ИТОГО ЗА СЕМЕСТР | 34 | - | 34 | 58 | 126 |

6.2. Форма обучения – очная, курс – 3, семестр – 6

| Наименования разделов и тем | Количество часов | | | | |
|--|------------------|--------|-----------|-----------|------------|
| | Лекц. | Лабор. | Практ. | СРС+К | Всего |
| Раздел 3. Уравнения параболического типа | 16 | - | 16 | 38 | 70 |
| Метод Фурье решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности | 8 | | 8 | 18 | 34 |
| Задача Коши. Формула Пуассона | 8 | | 8 | 20 | 36 |
| Раздел 4. Уравнения эллиптического типа | 18 | - | 18 | 38 | 74 |
| Гармонические функции и их свойства | 8 | - | 8 | 16 | 32 |
| Метод Фурье решения задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа | 10 | - | 10 | 22 | 42 |
| ИТОГО ЗА СЕМЕСТР | 34 | - | 34 | 76 | 144 |
| ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОП | 68 | - | 68 | 134 | 270 |

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1. Канонический вид уравнений в частных производных

1. Основные уравнения математической физики: уравнение теплопроводности, уравнения Лапласа и Пуассона, волновое уравнение. Виды краевых условий.
2. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных 2-го порядка по Петровскому.
3. Теорема о приведении квазилинейного уравнения в частных производных 2-го порядка к каноническому виду.
4. Приведение к каноническому виду квазилинейных уравнений в частных производных 2-го порядка от двух независимых переменных. Метод характеристик.

Раздел 2. Уравнения гиперболического типа

5. Решение задачи Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера. Метод Дюамеля.
6. Геометрический и физический смысл формулы Даламбера. Принцип Гюйгенса.
7. Решение задачи Коши для волнового уравнения и уравнения колебаний мембраны. Формулы Кирхгофа и Пуассона. Метод спуска.
8. Теорема единственности решения задачи Коши для волнового уравнения. Непрерывная зависимость решения от начальных данных.

9. Физический смысл решения задачи Коши для волнового уравнения и уравнения колебаний мембраны.

10. Свойства собственных значений и собственных функций оператора Штурма — Лиувилля. Теорема Стеклова.

11. Решение смешанной задачи для уравнения колебаний струны. Метод Фурье.

12. Физическая интерпретация решения смешанной задачи для уравнения колебаний струны.

13. Закон сохранения энергии струны. Теорема единственности решения первой краевой задачи для уравнения колебаний струны. Непрерывная зависимость решения от начальных данных.

Раздел 3. Уравнения параболического типа

14. Решение смешанной задачи для уравнения теплопроводности. Метод Фурье.

15. Принцип экстремума для уравнения теплопроводности. Корректность смешанной задачи.

16. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона.

17. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности, его свойства. Физический смысл ядра и формулы Пуассона.

Раздел 4. Уравнения эллиптического типа

18. Постановки основных краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона.

19. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.

20. Формулы Грина.

21. Интегральное представление функции класса C^2 .

22. Гармонические функции и их основные свойства.

23. Теоремы единственности и квазиединственности решения задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа.

24. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круговом кольце (круге, внешности круга).

25. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре и в полупространстве. Функция Грина.

26. Теоремы Гарнака и Лиувилля.

7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике включают задания указанных типов.

Раздел 1. Канонический вид уравнений в частных производных: приведение уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду с помощью преобразования характеристической формы, определение типа уравнения; приведение уравнения 2-го порядка с переменными коэффициентами от двух переменных к каноническому виду методом характеристик, определение типа уравнения.

Раздел 2. Уравнения гиперболического типа: решение задачи Коши для уравнений колебаний струны, колебаний мембраны и волнового уравнения по формулам Даламбера, Пуассона и Кирхгофа соответственно, а также методом неопределенных коэффициентов; решение задачи Коши общего вида для уравнения 2-го порядка от двух переменных; решение смешанной задачи для уравнения колебаний струны методом Фурье.

Раздел 3. Уравнения параболического типа: решение смешанной задачи для одномерного уравнения теплопроводности методом Фурье; решение задачи Коши для уравнения теплопроводности по формуле Пуассона, а также методом неопределенных коэффициентов.

Раздел 4. Уравнения эллиптического типа: решение краевых задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа от двух переменных в прямоугольнике, полуполосе, круге, внешности круга, круговом кольце, секторе круга методом Фурье.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.3. Образец содержания экзаменационного билета

В каждом из семестров, в зависимости от ведения учебного процесса в традиционном (очном) формате или с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может включать теоретические вопросы (из приведенного выше списка или более детализированные) и (или) практические задания по изученным в данном семестре темам (см. выше типы задач).

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кого набранные баллы не устраивают, сдают экзамен. Максимальное количество баллов за экзамен – 100. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 5

| Номера разделов | Виды работ | Максимальное количество баллов |
|-----------------------|--|--------------------------------|
| 1-2 | Организационно-учебная работа в аудитории | 5 |
| | Самостоятельная работа | 5 |
| | Контрольные работы по практике | 45 |
| | Контрольная работа по теоретическому материалу | 45 |
| ИТОГО | | 100 |
| Экзамен | | 100 |
| Общий итог за семестр | | 100 |

8.2. Семестр 6

| Номера разделов | Виды работ | Максимальное количество баллов |
|-----------------|--|--------------------------------|
| 3-4 | Организационно-учебная работа в аудитории | 5 |
| | Самостоятельная работа | 5 |
| | Контрольные работы по практике | 45 |
| | Контрольная работа по теоретическому материалу | 45 |

| | | |
|-----------------------|-----------|-----|
| | материалу | |
| ИТОГО | | 100 |
| Экзамен | | 100 |
| Общий итог за семестр | | 100 |

Соответствие баллов оценке

| Количество баллов из 100 | ECTS | Оценка по пятибалльной шкале | |
|--------------------------|------|-----------------------------------|------------|
| | | Экзамен, дифференцированный зачет | Зачет |
| 90-100 | A | отлично | зачтено |
| 80-89 | B | хорошо | зачтено |
| 75-79 | C | | зачтено |
| 70-74 | D | удовлетворительно | зачтено |
| 60-69 | E | | зачтено |
| 35-59 | FX | неудовлетворительно | не зачтено |
| 0-34 | F | | не зачтено |

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. Кошляков Н. С. Уравнения в частных производных математической физики / Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов. – М.: Высш. шк., 1970. – 712 с.
2. Владимиров, В. С. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров. – М.: Наука, 1974. – 271 с.

10.2. Дополнительная литература

3. Агibalова, А. В. Уравнение математической физики: учебное пособие / А.В. Агibalова, Д.В. Лиманский. - Донецк: ДОННУ, 2016. – 207 с.
4. Михлин С. Г. Курс математической физики / С.Г. Михлин. – М.: Наука, 1968. – 576 с.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).